第三章 恒定电场

何广强

上海交通大学电子工程系量子非线性光子学实验室

目录

目录

电流和电流密度

当导体构成的闭合回路中有直流电源时，回路中便会出现恒定电流（或称恒流或直流)。在导体中任取一个面，则穿过此面的电流 I 定义为单位时间内穿过此面的电荷量，即

$$I = \frac{dQ}{dt} \quad C/s \text{ 或} A \tag{1}$$

电流的正方向规定为正电荷的运动方向（导体中自由电子逆着电场方向运动引起)。

电流和电流密度

体电流密度 $\vec{J}$ 是一个矢量，它定义为：方向为导体内某点正电荷的运动方向，$\vec{J}$ 大小等于垂直于它的单位面积上的电流。大小可表示为

$$J = \lim_{\Delta S \to 0} \frac{\Delta I}{\Delta S} \quad A/m^2 \tag{2}$$

电流密度 $\vec{J}$ 决定于体电荷密度 ρ 和正电荷的运动速度 $\vec{v}$ 满足以下关系：

$$\vec{J} = \rho \vec{v} \tag{3}$$

对任一表面积 s，穿过此表面的总电流 I 为

$$I = \int_s \vec{J} \cdot d\vec{s} \tag{4}$$

目录

电荷守恒定律（电流连续性方程）

在一体电荷密度为 ρ 的带电体内任取一封闭曲面 s，设某瞬间从此封闭面流出的电流为 $i(t)$，则有

$$i(t) = \oint_s \vec{J} \cdot d\vec{s} \tag{5}$$

由于 $i(t)$ 代表单位时间内流出封闭面 s 的电荷量，因此 $i(t)$ 应等于面内单位时间减少的电荷量 $-\frac{dQ}{dt}$，于是

$$\oint_s \vec{J} \cdot d\vec{s} = -\frac{dQ}{dt} = -\frac{d}{dt} \int_v \rho dv \tag{6}$$

上式为**电荷守恒定律（电流连续性方程）的积分形式。**

电荷守恒定律（电流连续性方程）

若体积 v 是静止的，则上式中对时间的微分可与体积分交换次序，并利用散度定理，有

$$\int_v \nabla \cdot \vec{J} dv = -\int_v \frac{\partial \rho}{\partial t} dv \tag{7}$$

于是, 对任意选取的体积 v，只有

$$\nabla \cdot \vec{J} = -\frac{\partial \rho}{\partial t} \tag{8}$$

这就是**电流连续性方程的微分形式。**

当导体中流过恒定电流（直流）时，显然有

$$\oint_s \vec{J} \cdot d\vec{s} = 0 \quad \text{或} \quad \nabla \cdot \vec{J} = 0 \tag{9}$$

这表明，通过任意封闭曲面的净直流为零。这样，将上述的封闭面 s 收缩为一点，则可解释直流电路中的基尔霍夫（G. R.Kirchhoff）电流定律，即电路节点处电流的代数和为零。

目录

1. 电源
   提供非静电力将其它形式的能转为电能的装置称为电源。
2. 电源电动势
   电源电动势是电源本身的特征量，与外电路无关。

局外场强 $E_e = \frac{f_e}{q}$，式中 f_e 称为局外力。

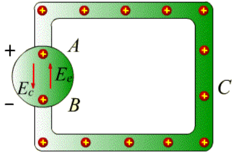

Figure 1: 恒定电流的形成

恒定电场的基本方程

基本方程：

1. $\nabla \times \vec{E} = 0, \quad \oint_l \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0$
2. $\oint_S \vec{J} \cdot d\vec{S} = 0, \quad \nabla \cdot \vec{J} = 0$
3. $\nabla^2 \phi = 0$

边界条件：

$$\begin{cases} \displaystyle\oint_l \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0 \Rightarrow \text{电场强度：} \; E_{1t} = E_{2t} \\ \displaystyle\oint_S \vec{J} \cdot d\vec{S} = 0 \Rightarrow \text{电流密度：} \; J_{1n} = J_{2n}; \; \frac{E_{1n}}{E_{2n}} = \frac{\sigma_2}{\sigma_1} \end{cases}$$

$$\text{电位：} \; V_1 = V_2; \qquad \sigma_1 \frac{\partial V_1}{\partial n} = \sigma_2 \frac{\partial V_2}{\partial n}$$

恒定电场的基本方程

两种不同导电媒质分界面上的自由面电荷密度：

$$\rho_s = D_{1n}(1-\frac{\sigma_1\varepsilon_2}{\sigma_2\varepsilon_1}) = E_{1n}(\frac{\varepsilon_1\sigma_2-\varepsilon_2\sigma_1}{\sigma_2}) = J_{1n}(\frac{\varepsilon_1}{\sigma_1}-\frac{\varepsilon_2}{\sigma_2})$$

物理意义

在两种导电媒质的交界面上，电场强度的切向分量连续，电流密度的法向分量连续。
导电媒质与理想介质的交界面，导电媒质中电流线与交界面平行。

目录

静态场的应用

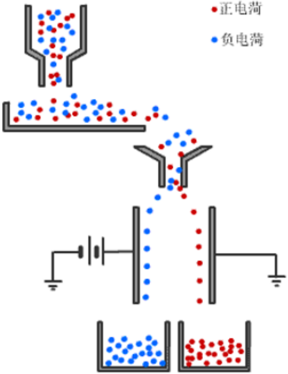

Figure 2: 静电分离

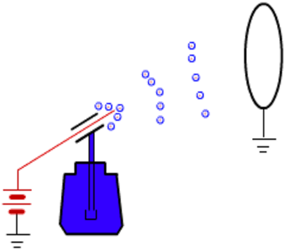

Figure 3: 静电喷涂

目录

作业

3-11, 3-16

感谢聆听!

主讲人: 何广强
地址: 上海交通大学
电子工程系
邮箱: gqhe@sjtu.edu.cn
主页: qnp.sjtu.edu.cn