



第十三届全国量子光学会议
2008年7月27日·云南昆明

基于连续变量Graph State的通用 量子隐形传态协议

报告人：何广强

上海交通大学电子工程系

区域光纤通信网与新型光通信系统国家重点实验室

gqhe@situ.edu.cn or laser_gqhe@hotmail.com



基于CVGS的通用量子...
多方量子纠缠态的隐形...
可控的连续变量量子隐...
总结与展望
致谢

访问主页

标题页



第 1 页 共 22 页

返回

全屏显示

关闭

退出

报告主要内容

1. 基于连续变量Graph State (CVGS) 的通用量子隐形传态

连续变量Graph State概念

基于CVGS的隐形传态协议

基于CVGS的通用隐形传态协议

具体例子

计算仿真软件

应用：基于CVGS的纠缠纯化

2. 连续变量复合系统的量子隐形传态

3. 基于连续变量的可控量子隐形传态

4. 展望

致谢



基于CVGS的通用量子...
多方量子纠缠态的隐形...
可控的连续变量量子隐...
总结与展望
致谢

访问主页

标题页

◀▶

◀▶

第 2 页 共 22 页

返回

全屏显示

关闭

退出

1 基于CVGGS的通用量子隐形传态

1.1. 连续变量Graph State概念

- Graph State定义

$$\exp[-2is_a(\hat{P}_a - \sum_{b \in N_a} \hat{X}_b)]|G\rangle = |G\rangle, \forall s_a \in R, \forall a \in G. \quad (1)$$

- Graph State图形表示

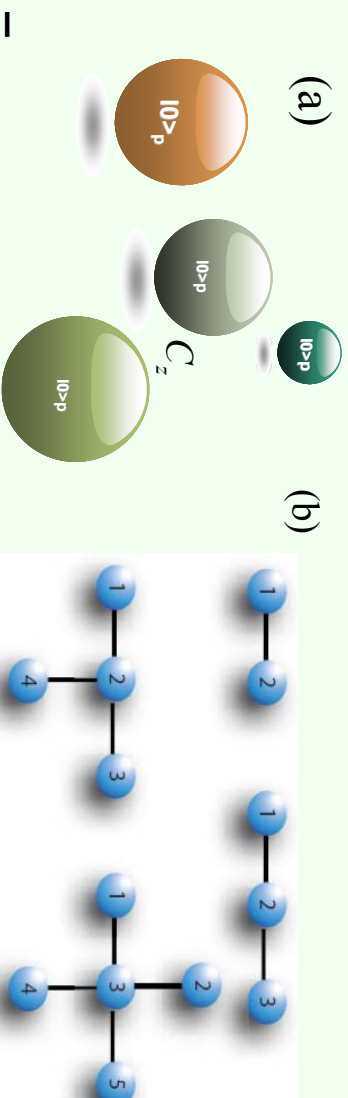


图1. Graph State的图形表示。(a)Graph State的制备；(b)几种Graph State

- 纠缠关系

– Cluster state:

$$\begin{cases} \hat{x}_i^g = \hat{x}_i \\ \hat{p}_i^g = \hat{p}_i + \sum_{j=1}^N g_{ij} \hat{x}_j \end{cases} \quad i = 1, 2, \dots, N. \quad g_{ij} = g_{ji} = \begin{cases} -\chi_{ij} t_{ij}, & j \in N_i \\ 0, & j \notin N_i \end{cases} \quad (2)$$



基于CVGGS的通用量子...
多方量子纠缠态的隐形...
可控的连续变量量子隐...
总结与展望
致谢

1.2. 基于CVGS的隐形传态协议

- 基于X测量的隐形传态协议*

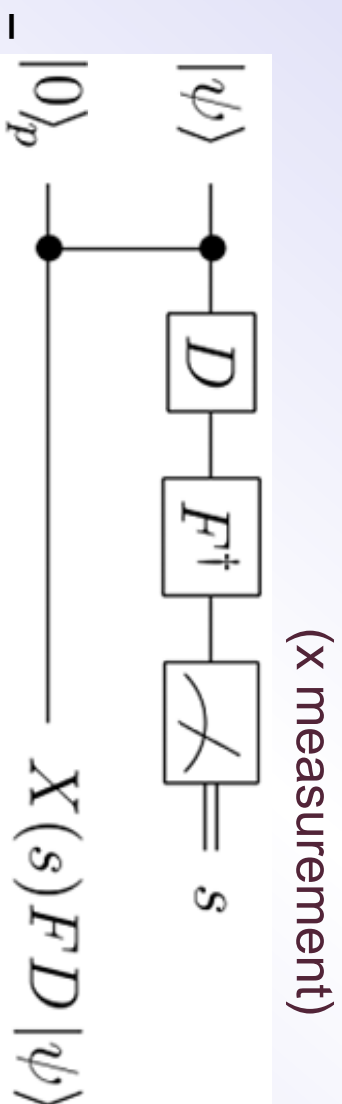


图2. 基于X测量的隐形传态协议

- 基于P测量的隐形传态协议

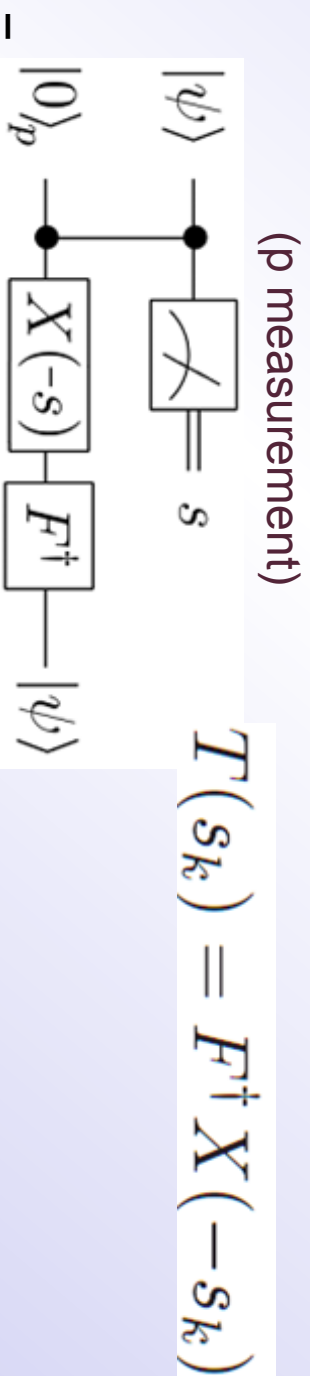


图3. 基于P测量的隐形传态协议

★ N. C. Menicucci et al, Phys. Rev. Lett. 97, 110501 (2006)



基于CVGS的通用量子...
多方量子纠缠态的隐形...
可控的连续变量量子隐...
总结与展望
致谢

1.3. 基于CVGS的通用隐形传态协议

- T变换—基本隐形传态协议的推广

$$\prod T(s_k) = T(s_K)T(s_{K-1}) \cdots T(s_1)$$

$$s_k = \sum_{i=1}^{N-1} c_{ki} p_i^q$$

- UV变换 (UVT)

$$(4) \quad \begin{cases} \text{(I)} \begin{cases} \hat{x}_{tel} = u + \hat{x}_N^q \\ \hat{p}_{tel} = v + \hat{p}_N^q \end{cases} \\ \text{(II)} \begin{cases} \hat{x}_{tel} = v + \hat{p}_N^q \\ \hat{p}_{tel} = u - \hat{x}_N^q \end{cases} \\ \text{(III)} \begin{cases} \hat{x}_{tel} = u - \hat{x}_N^q \\ \hat{p}_{tel} = v - \hat{p}_N^q \end{cases} \\ \text{(IV)} \begin{cases} \hat{x}_{tel} = v - \hat{p}_N^q \\ \hat{p}_{tel} = u + \hat{x}_N^q \end{cases} \end{cases}$$

$$u = \sum_{i=1}^{N-1} \alpha_i p_i^q, v = \sum_{i=1}^{N-1} \beta_i p_i^q$$

T变换和UV变换是等价的。



★ Lijie Ren, Guangqiang He and Guihua Zeng, Physical Review A, 78, 042302 (2008).



基于CVGS的通用量子...
多方量子纠缠态的隐形...
可控的连续变量量子隐...
总结与展望
致谢

1.4. 各物理量的数学描述

- $G_{ij} = g_{ij}, \hat{R} = (\hat{x}_1 \cdots \hat{x}_N \mid \hat{p}_1 \cdots \hat{p}_N)$

- $$(1) \left\{ \begin{array}{l} \hat{x}_N^g = \hat{R} \begin{pmatrix} I_N \\ 0 \end{pmatrix} \\ \hat{p}_N^g = \hat{R} \begin{pmatrix} G_N \\ I_N \end{pmatrix} \end{array} \right.$$

- $$(2) \left\{ \begin{array}{l} u = \hat{R} \begin{pmatrix} G \\ I \end{pmatrix} \alpha \\ v = \hat{R} \begin{pmatrix} G \\ I \end{pmatrix} \beta \end{array} \right.$$

- $$(3) \left\{ \begin{array}{l} \hat{x}_{tel} = \hat{R} \begin{pmatrix} I_1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix} \\ \hat{p}_{tel} = \hat{R} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \end{pmatrix} \end{array} \right. \quad (5)$$

$$\alpha = (\alpha_1 \cdots \alpha_{N-1} \ 0)^T$$

$$\beta = (\beta_1 \cdots \beta_{N-1} \ 0)^T$$

(6)



基于CVGS的通用量子...
多量子纠缠态的隐形...
可控的连续变量量子隐...
总结与展望
致谢

1.5. 基于CVGS通用隐形传态的线性方程组

$$\begin{aligned}
 \text{(I)} \quad & \left\{ \begin{array}{l} \left(\begin{array}{c} I_1 \\ 0 \\ A \end{array} \right) \\ \left(\begin{array}{c} 0 \\ 1 \\ A \end{array} \right) \end{array} \right\} = \left(\begin{array}{c} G \\ I \end{array} \right) \alpha + \left(\begin{array}{c} I_N \\ 0 \end{array} \right) \\
 & = \left(\begin{array}{c} G \\ I \end{array} \right) \beta + \left(\begin{array}{c} G_N \\ I_N \end{array} \right) \\
 \text{(II)} \quad & \left\{ \begin{array}{l} \left(\begin{array}{c} I_1 \\ 0 \\ A \end{array} \right) \\ \left(\begin{array}{c} 0 \\ 1 \\ A \end{array} \right) \end{array} \right\} = \left(\begin{array}{c} G \\ I \end{array} \right) \alpha - \left(\begin{array}{c} I_N \\ 0 \end{array} \right) \\
 & = \left(\begin{array}{c} G \\ I \end{array} \right) \beta + \left(\begin{array}{c} G_N \\ I_N \end{array} \right)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{(III)} \quad & \left\{ \begin{array}{l} \left(\begin{array}{c} I_1 \\ 0 \\ A \end{array} \right) \\ \left(\begin{array}{c} 0 \\ 1 \\ A \end{array} \right) \end{array} \right\} = \left(\begin{array}{c} G \\ I \end{array} \right) \alpha - \left(\begin{array}{c} I_N \\ 0 \end{array} \right) \\
 & = \left(\begin{array}{c} G \\ I \end{array} \right) \beta - \left(\begin{array}{c} G_N \\ I_N \end{array} \right) \\
 \text{(IV)} \quad & \left\{ \begin{array}{l} \left(\begin{array}{c} I_1 \\ 0 \\ A \end{array} \right) \\ \left(\begin{array}{c} 0 \\ 1 \\ A \end{array} \right) \end{array} \right\} = \left(\begin{array}{c} G \\ I \end{array} \right) \alpha + \left(\begin{array}{c} I_N \\ 0 \end{array} \right) \\
 & = \left(\begin{array}{c} G \\ I \end{array} \right) \beta - \left(\begin{array}{c} G_N \\ I_N \end{array} \right)
 \end{aligned}$$



基于CVGS的通用量子...
 多方量子纠缠态的隐形...
 可控的连续变量量子隐...
 总结与展望
 致谢

(7)

1.6. Calculation of α and β – The variables in UVT

$$\begin{array}{l}
 \text{(I)} \\
 \left\{ \begin{array}{l} G^* \alpha^* = I_1 - I_N \\ G^* \beta^* = -G_1 - G_N \\ \alpha_1 = 0 \\ \beta_1 = 1 \end{array} \right. \\
 \text{(II)} \\
 \left\{ \begin{array}{l} G^* \alpha^* = I_1 + I_N \\ G^* \beta^* = -G_1 + G_N \\ \alpha_1 = 0 \\ \beta_1 = 1 \end{array} \right.
 \end{array}
 \tag{8}$$

$$\begin{array}{l}
 \text{(III)} \\
 \left\{ \begin{array}{l} G^* \alpha^* = -G_1 + I_N \\ G^* \beta^* = I_1 - G_N \\ \alpha_1 = 1 \\ \beta_1 = 0 \end{array} \right. \\
 \text{(IV)} \\
 \left\{ \begin{array}{l} G^* \alpha^* = -G_1 - I_N \\ G^* \beta^* = I_1 + G_N \\ \alpha_1 = 1 \\ \beta_1 = 0 \end{array} \right.
 \end{array}$$

where

$$\begin{aligned}
 G^* &= (G_2 \ \dots \ G_{N-1}) \\
 \alpha^* &= (\alpha_2 \ \dots \ \alpha_{N-1})^T \\
 \beta^* &= (\beta_2 \ \dots \ \beta_{N-1})^T
 \end{aligned}
 \tag{9}$$



基于CVGS的通用量子...
 多方量子纠缠态的隐形...
 可控的连续变量量子隐...
 总结与展望
 致谢



1.7. Graph State必须满足的条件

- Sufficient conditions for the usefulness of a graph state (characterized by its adjacency matrix G) for teleportation via each of the four types of UVT:

$$\begin{aligned} \text{(I)} \quad & \text{rank}(G^*) = \text{rank}(G^* \quad I_1 - I_N) \\ & = \text{rank}(G^* \quad -G_1 - G_N) \\ \text{(II)} \quad & \text{rank}(G^*) = \text{rank}(G^* \quad I_1 + I_N) \\ & = \text{rank}(G^* \quad -G_1 + G_N) \\ \text{(III)} \quad & \text{rank}(G^*) = \text{rank}(G^* \quad -G_1 + I_N) \\ & = \text{rank}(G^* \quad I_1 - G_N) \\ \text{(IV)} \quad & \text{rank}(G^*) = \text{rank}(G^* \quad -G_1 - I_N) \\ & = \text{rank}(G^* \quad I_1 + G_N) \end{aligned} \tag{10}$$

基于CVGS的通用量子...

多量子纠缠态的隐形...

可控的连续变量量子隐...

总结与展望

致谢

访问主页

标题页

▶▶ | ▶▶

◀ | ▶

第 9 页 共 22 页

返回

全屏显示

关闭

退出

1.8. 协议运行结果

$$(I,III) \quad \left\{ \begin{array}{l} \hat{x}_{tel} = \hat{x}_1 + \sum_{i=2}^{N-1} \alpha_i \hat{p}_i \\ \hat{p}_{tel} = \hat{p}_1 + \sum_{i=2}^{N-1} \beta_i \hat{p}_i \pm \hat{p}_N \end{array} \right.$$

$$(III,IV) \quad \left\{ \begin{array}{l} \hat{x}_{tel} = \hat{x}_1 + \sum_{i=2}^{N-1} \beta_i \hat{p}_i \pm \hat{p}_N \\ \hat{p}_{tel} = \hat{p}_1 + \sum_{i=2}^{N-1} \alpha_i \hat{p}_i \end{array} \right.$$

(11)

基于CVGS的通用量子...
多方量子纠缠态的隐形...
可控的连续变量量子隐...
总结与展望
致谢



1.9. 与Graph State有关的噪声

$$(I,III) \quad \left\{ \begin{array}{l} \sigma(\hat{x}_{tel}) = \sigma(\hat{x}_1) + \sum_{i=2}^{N-1} \alpha_i^2 e^{-2r_i} \\ \sigma(\hat{p}_{tel}) = \sigma(\hat{p}_1) + \sum_{i=2}^{N-1} \beta_i^2 e^{-2r_i} + e^{-2r_N} \end{array} \right.$$
$$(II,IV) \quad \left\{ \begin{array}{l} \sigma(\hat{x}_{tel}) = \sigma(\hat{x}_1) + \sum_{i=2}^{N-1} \beta_i^2 e^{-2r_i} + e^{-2r_N} \\ \sigma(\hat{p}_{tel}) = \sigma(\hat{p}_1) + \sum_{i=2}^{N-1} \alpha_i^2 e^{-2r_i} \end{array} \right.$$

(12)

访问主页

标题页

▶▶

▶

第 10 页 共 22 页

返回

全屏显示

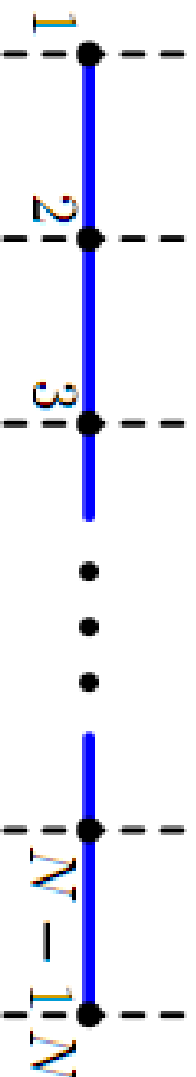
关闭

退出

1.10. 具体例子

1.10.1. 线性隐形传态

$$\hat{x}_{tel} = \hat{x}_1 + \sum_{k=1}^{\lfloor \frac{N}{2} \rfloor} (-1)^{k+1} \hat{p}_{2k}$$



$$\hat{p}_{tel} = \hat{p}_1 + \sum_{k=1}^{\lfloor \frac{N-1}{2} \rfloor} (-1)^k \hat{p}_{2k+1}$$

Linear Teleportation

图4. 基于线性Graph State的隐形传态



基于CVGGS的通用量子...
多方量子纠缠态的隐形...
可控的连续变量量子隐...
总结与展望
致谢

访问主页

标题页

▶▶ ▶▶

◀▶ ▶▶

第 11 页 共 22 页

返回

全屏显示

关闭

退出

1.10.2. 多尾隐形传态

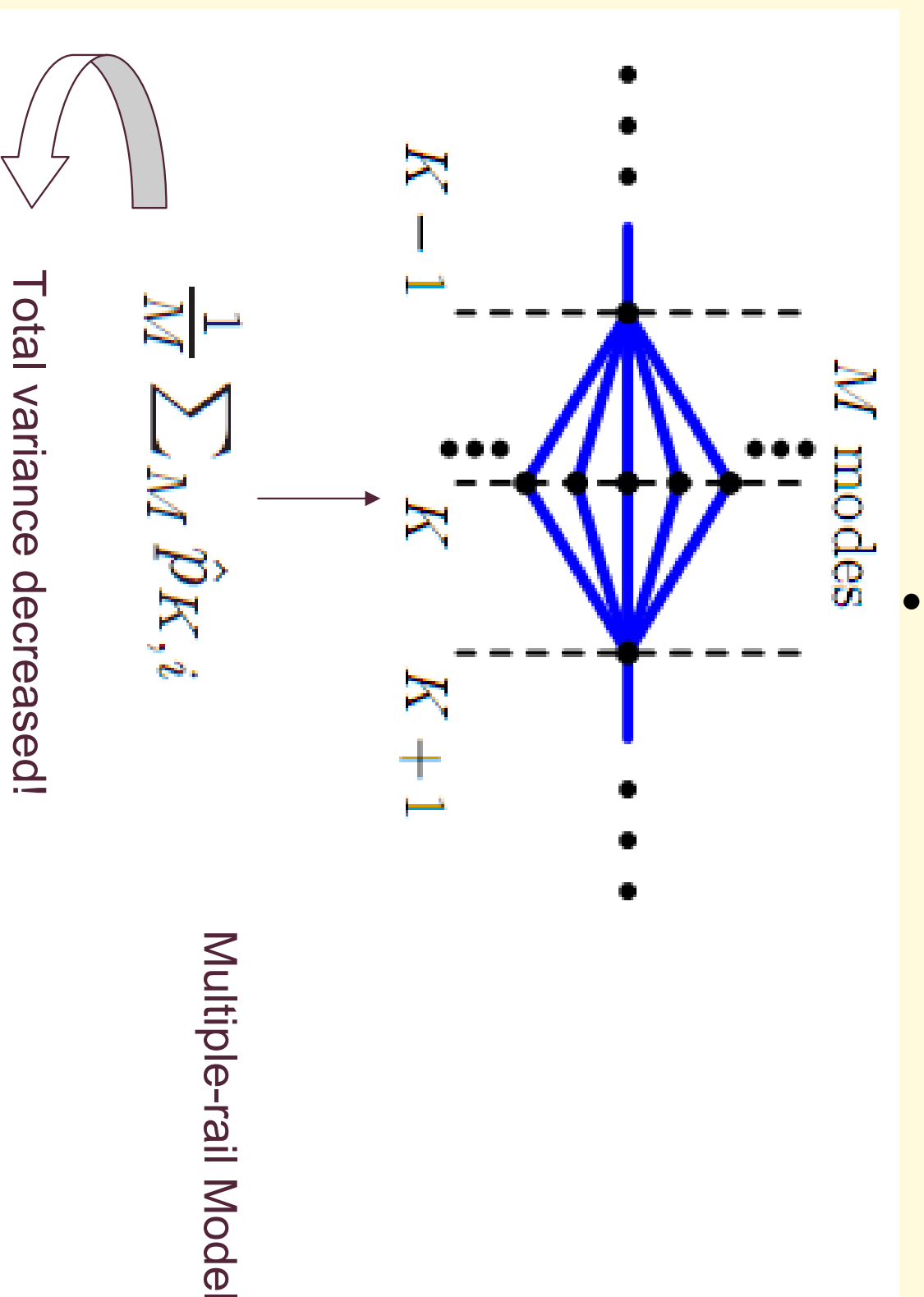
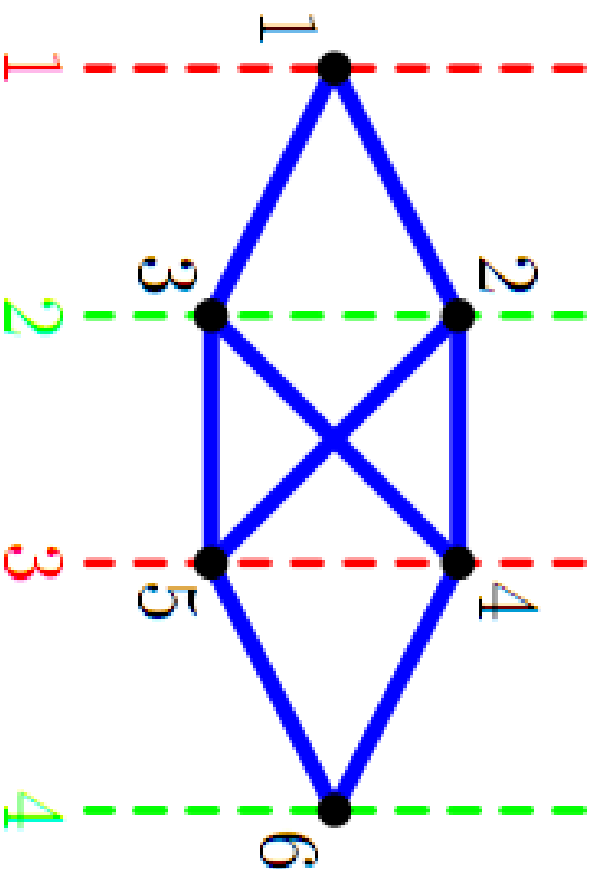


图5. 基于多尾Graph State的隐形传态



基于CVGGS的通用量子...
多量子纠缠态的隐形...
可控的连续变量量子隐...
总结与展望
致谢

1.10.3. 立体隐形传态



$$\hat{x}_{tel} \equiv \hat{x}_1 + \frac{1}{2}(\hat{p}_2 + \hat{p}_3) - \hat{p}_6$$

$$\hat{p}_{tel} \equiv \hat{p}_1 - \frac{1}{2}(\hat{p}_4 + \hat{p}_5)$$

Variance decreased!

图6. 基于立体Graph State的隐形传态



基于CVGS的通用量子...
 多方量子纠缠态的隐形...
 可控的连续变量量子隐...
 总结与展望
 致谢

访问主页

标题页



第 13 页 共 22 页

返回

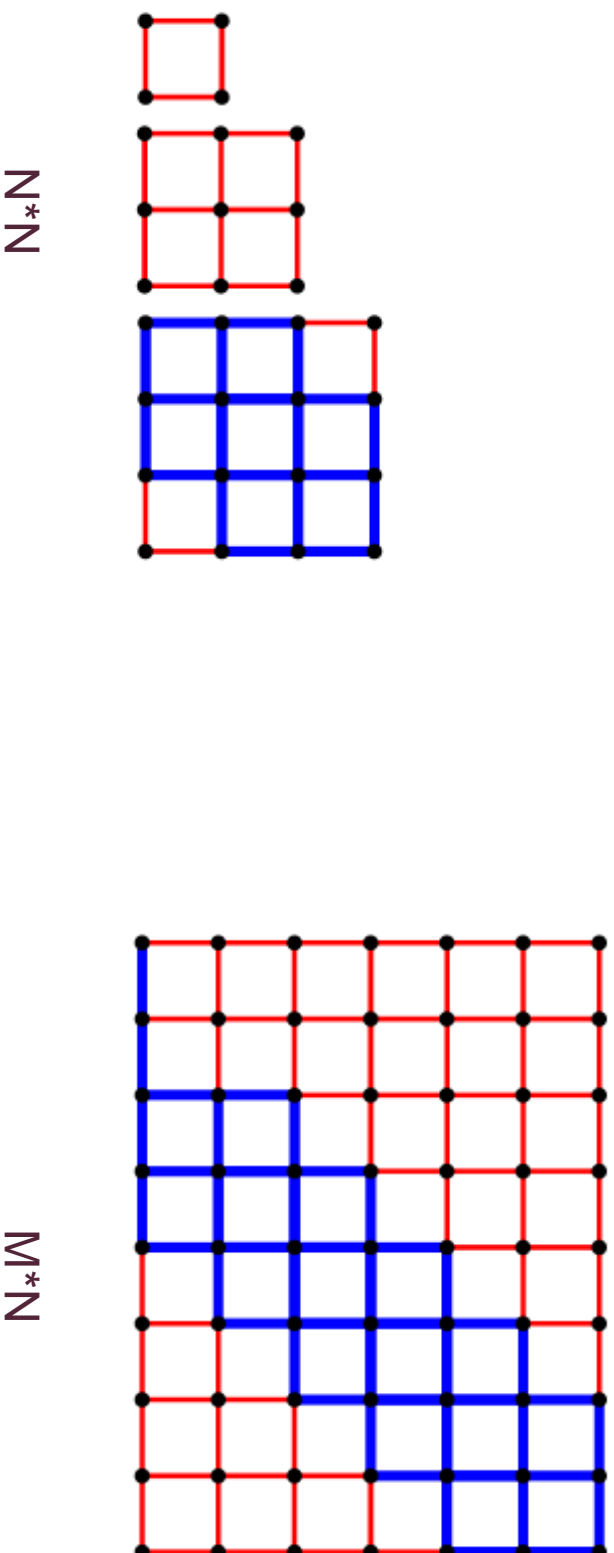
全屏显示

关闭

退出

1.10.4. 量子通信网络性能优化

Application: Teleportation via cluster states



Exploit the profit of using multiple-rail model

The optimization of linear teleportation



基于CVQS的通用量子...
多方量子纠缠态的隐形...
可控的连续变量量子隐...
总结与展望
致谢

访问主页

标题页

▶▶

◀▶

第 14 页 共 22 页

返回

全屏显示

关闭

退出

图7. 量子通信网络性能优化

1.11. 量子通信网络计算仿真软件

The flashing graph is the working graph. The blue flashing node is input node, and the red the output. You can press "Show α 、 β " button to see the result.

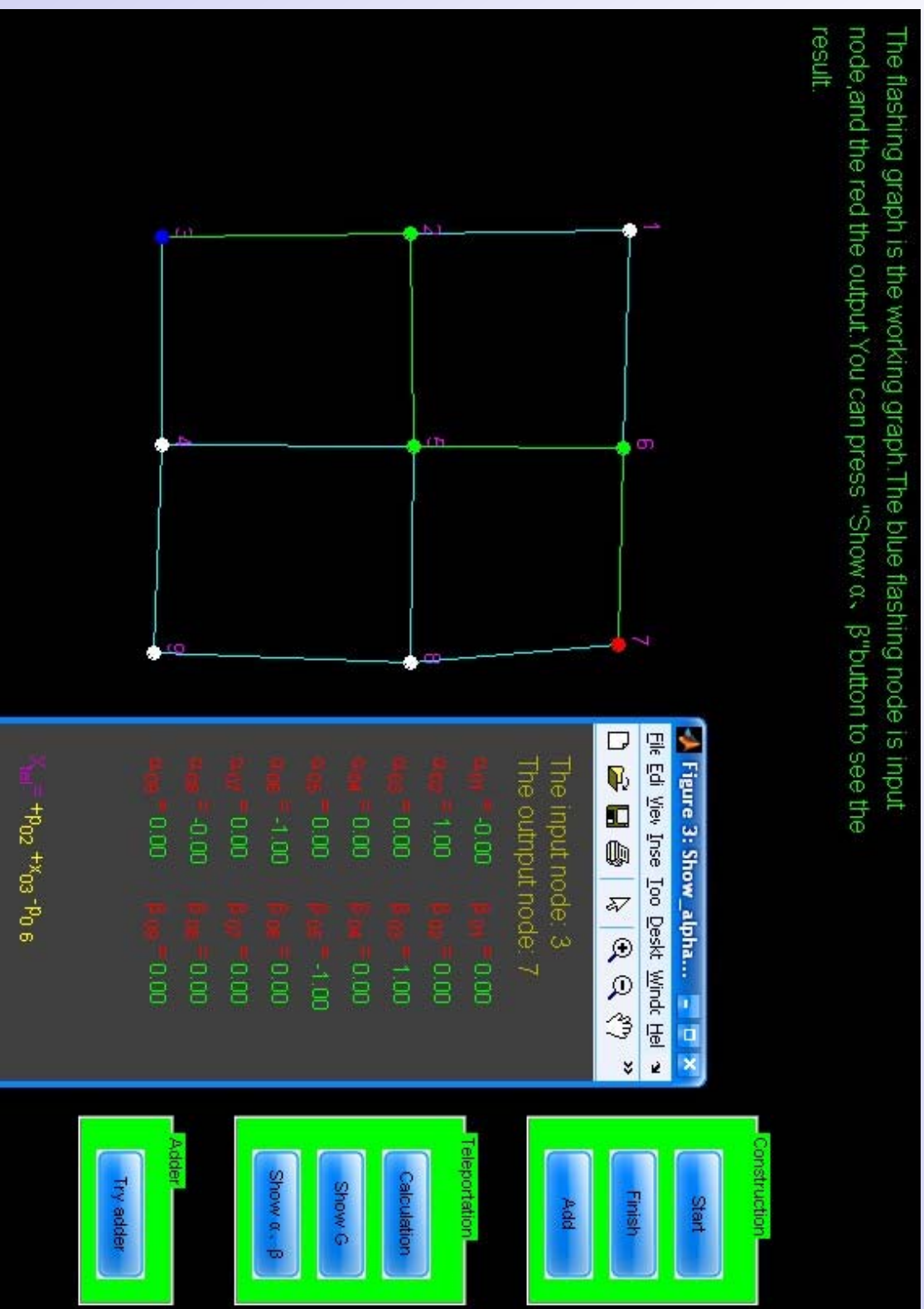


图8. 量子通信网络计算仿真软件



基于CVQS的通用量子...
多量子纠缠态的隐形...
可控的连续变量量子隐...
总结与展望
致谢



1.12. 应用：基于CVGS的纠缠纯化

One-to-one Teleportation \longleftrightarrow UVT with parameters α and β



Bipartite Entanglement \longleftrightarrow UVT with the same α and β , except $\alpha_1 = \beta_1 = 0$

图9. 利用Graph State实现纠缠纯化

2 多方量子纠缠态的隐形传态

2.1. 连续变量GHZ纠缠态的隐形传态协议

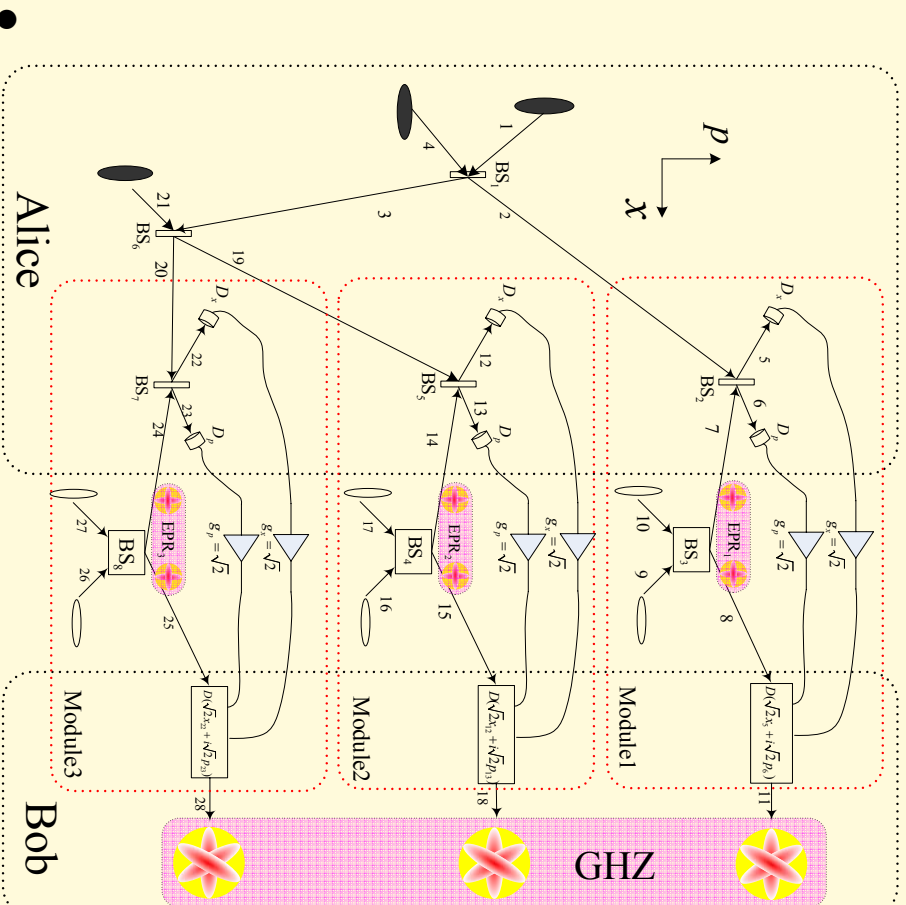


图10. 连续变量GHZ纠缠态的隐形传态

★ Guangqiang He, Jingtao Zhang and Guihua Zeng, Journal of Physics B: Atomic,

Molecular and Optical Physics, 41, 215503 (2008).



基于CVGGS的通用量子...
多方量子纠缠态的隐形...
可控的连续变量量子隐...
总结与展望
致谢

- 访问主页
- 标题页
- ▶▶▶
- ▶▶
- ▶
- 第17页共22页
- 返回
- 全屏显示
- 关闭
- 退出

2.2. 保真度 F

$$F = \frac{1}{\sqrt{[(e^{-2r} + e^{-2p}) (e^{2r} + e^{-2p})]^3}}. \quad (13)$$

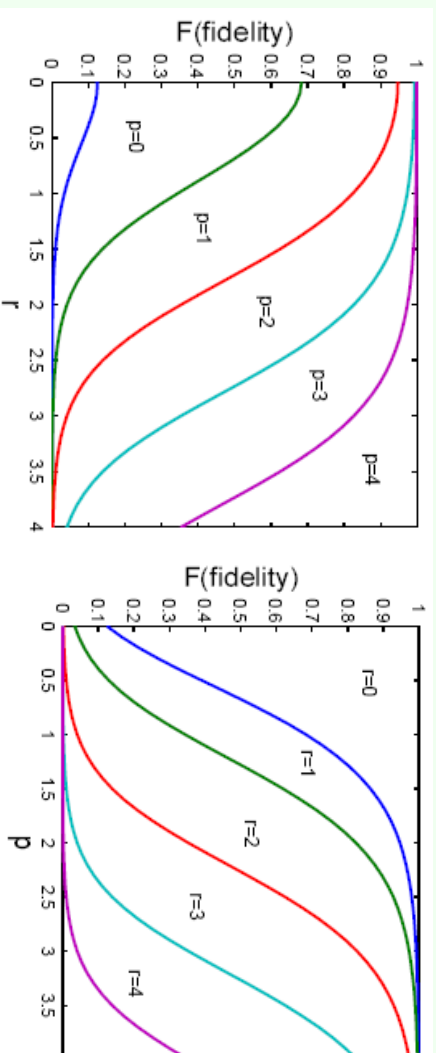


图11. 保真度 F 与参数 p, r 之间的关系

2.3. 推广到任意多模

$$F = \frac{1}{\sqrt{[(e^{-2r} + e^{-2p}) (e^{2r} + e^{-2p})]^N}}. \quad (14)$$

连续变量多模纠缠态的隐形传态随着量子信道的改善 (p 增大) 而提高, 然而却随着纠缠态的完善 (r 增大) 而降低, 即传输的纠缠态越完善, 则越困难。



基于CVQST的通用量子...
多方量子纠缠态的隐形...
可控的连续变量量子隐...
总结与展望
致谢

3 可控的连续变量量子隐形传态

3.1. 可控的量子隐形传态协议

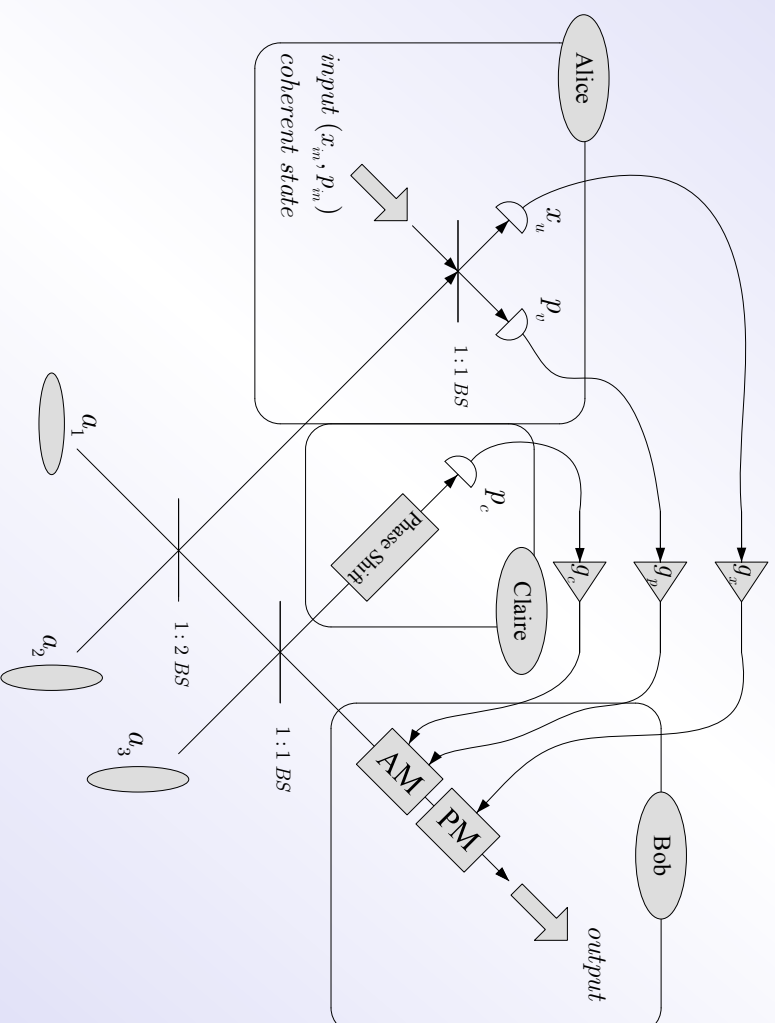


图12. 可控的连续变量量子隐形传态

★ Ding Nie, Guangqiang He and Guihua Zeng, Journal of Physics B: Atomic, Molecular and Optical Physics, 41, 175504 (2008).



基于CVGGS的通用量子...
多量子纠缠态的隐形...
可控的连续变量量子隐...
总结与展望
致谢

- 访问主页
- 标题页
- 返回
- 返回
- 第 19 页 共 22 页
- 返回
- 全屏显示
- 关闭
- 退出

3.2. 最优保真度

当 $g_x = g_p = \sqrt{2}$, $g_c = [2 \cos \theta (e^{+4r} - 1)] / [(1 + \cos^2 \theta) e^{+4r} + (1 + \sin^2 \theta)]$ 时保真度达到最优,

$$F_{opt} = [1 + e^{-2r}]^{-\frac{1}{2}} \times [1 + \frac{\sin^2 \theta e^{+4r} + 4 \sin^2 \theta e^{-4r} + 5 \cos^2 \theta + 4}{3(1 + \cos^2 \theta) e^{+2r} + 3(1 + \sin^2 \theta) e^{-2r}}]^{-\frac{1}{2}}. \quad (15)$$

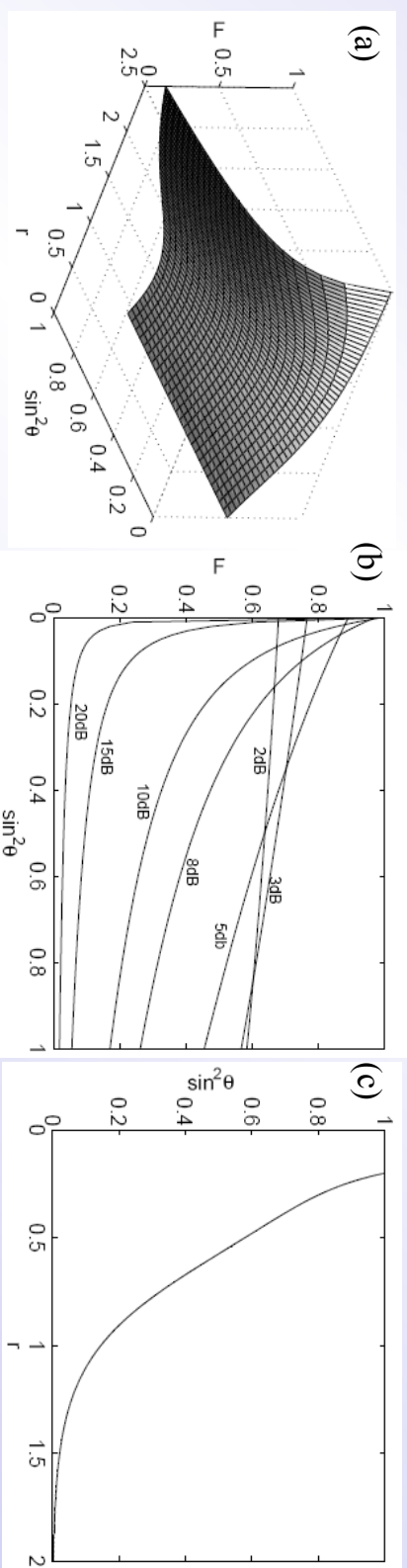


图13. (a) 最优保真度 F 与 r , θ 之间的关系; (b) 当压缩参数 r 一定的情况下, 最优 F 与控制角 θ 之间的关系; (c) 当 F 一定的情况下, θ 与 r 之间关系。



基于 CVQS 的通用量子...
多量子纠缠态的隐形...
可控的连续变量量子隐...
总结与展望
致谢



4 总结与展望

- 开展基于CVGS的多模纠缠态的隐形传态；
- 开展基于CVGS的广播协议（单输入—多输出）；
- 开展基于CVGS的量子计算（多输入—单输出）；
- 开展基于CVGS的分布式量子信息处理（多输入—多输出）

5 致谢

- 感谢我的学生聂定、张静涛做出的相关工作。
- 本课题由以下项目资助**
 - 上海交通大学青年教师科研启动基金(项目编号为: A2831B);
 - 上海交通大学第13期PRP项目(项目编号为: T03013002)

谢谢

地址：上海市东川路 800 号交通大学电子工程系电信楼群 5
号楼 205 房间 (200240)

Email: gqhe@situ.edu.cn or laser_gqhe@hotmail.com

电话： 021—34204362 (实验室)



基于CVGS的通用量子…
多量子纠缠态的隐形…
可控的连续变量量子隐…
总结与展望
致谢

访问主页

标题页

◀▶

◀▶

第 22 页 共 22 页

返回

全屏显示

关闭

退出